

SESIÓN K-TEORÍA

Organizadores: Noe Barcenás y Eugenia Ellis

- **Guillermo Cortiñas** - Universidad de Buenos Aires - CONICET
K-teoría y problemas de clasificación.
El formato general de los problemas de clasificación que nos ocupan es el siguiente. Se tienen un anillo de base ℓ , una familia C de ℓ -álgebras, y un invariante K -teórico (e.g. K_0 con su preorden natural), y nos preguntamos si dos integrantes de la familia con invariantes isomorfos son necesariamente isomorfas o equivalentes bajo algún criterio (e.g. Morita equivalentes). Una fuente de estos problemas es tomar una clase de C^* -álgebras (e.g. completaciones de \mathbb{C} -álgebras definidas por cierto tipo de generadores y relaciones) que ha sido clasificada por su K -teoría (topológica) y preguntarse si la K -teoría algebraica clasifica el análogo puramente algebraico de esa familia (e.g. la dada por el mismo tipo de generadores y relaciones, sin completar). En la charla veremos algunos ejemplos de problemas de ese tipo y algunos resultados.
- **Daniel Juan** - CCM-UNAM
Algebraic K theory of 3-manifold groups.
We describe the algebraic K-theory groups $K_i(Z[G])$ where G is the fundamental group of a closed compact 3-manifold and all $i \in \mathbb{Z}$.
- **Diego Montero** - Despegar
Clasificación homotópica de álgebras de Leavitt simples puramente infinitas
En esta charla hablaremos del problema de clasificación de álgebras de Leavitt simples puramente infinitas sobre un grafo finito E y un cuerpo ℓ . Dado un grafo E tenemos asociado una ℓ -álgebra de Leavitt $L(E)$. Es un problema abierto decidir cuando el par $(K_0(E), [1_{L(E)}])$, que consiste del grupo de Grothendieck junto con la clase $[1_{L(E)}]$ de la identidad es un invariante completo, a menos de isomorfismo, para la clasificación de álgebras de Leavitt simples puramente infinitas de grafo finito. Mostraremos que el par $(K_0(E), [1_{L(E)}])$ es un invariante completo para la clasificación a menos de equivalencia homotópica polinomial. Para probar esto vamos a estudiar la K -teoría algebraica bivalente entre álgebras de Leavitt.
- **Luis Jorge Sanchez Saldaña** - Facultad de Ciencias UNAM, México
The algebraic K-theory of the Hilbert modular group.
In this talk I will describe how to compute the algebraic K-theory of the Hilbert modular group using the Farrell-Jones conjecture. Among the tools we use are the p-chain spectral sequence, models for the classifying space for the family of virtually cyclic subgroups, and the inductive structure of the equivariant homology theory that appears in the statement of the Farrell-Jones conjecture. This is joint work with M. Bustamante and M. Velásquez.
- **Maru Sarazola** - Johns Hopkins University
A Gillet-Waldhausen Theorem for chain complexes of sets
In recent work, Campbell and Zakharevich introduced a new type of structure, called ACGW-category. These are double categories satisfying a list

of axioms that seek to extract the properties of abelian categories which make them so particularly well-suited for algebraic K-theory. The main appeal of these double categories is that they generalize the structure of exact sequences in abelian categories to non-additive settings such as finite sets and reduced schemes, thus showing how finite sets and schemes behave like the objects of an exact category for the purpose of algebraic K-theory.

In this talk, we will explore the key features of ACGW categories and the intuition behind them. Then, we will move on to ongoing work with Brandon Shapiro where we further develop this program by defining chain complexes and quasi-isomorphisms for finite sets. These satisfy an analogue of the classical Gillet–Waldhausen Theorem, providing an alternate model for the K-theory of finite sets.

- **Bruno Stonek** - Instituto de Matemáticas de la Academia Polaca de Ciencias (IMPAN)

Homología de Hochschild topológica y métodos de traza

Para un anillo R , o más en general un espectro en anillos ("ring spectrum"), Quillen construyó la K-teoría algebraica superior de R como un espectro en anillos $K(R)$. Se puede construir otro espectro $THH(R)$, la homología de Hochschild topológica de R : es un análogo de la homología de Hochschild clásica, solo que en vez de ser sobre el anillo de los enteros \mathbb{Z} , es sobre una base más profunda, el espectro en anillos S , llamado "espectro de las esferas" ("sphere spectrum"). La relación está dada por un mapa $K(R) \rightarrow THH(R)$ llamado traza, o traza de Dennis topológica, que a veces permite acercarse al cálculo de $K(R)$. Esbozaremos estas construcciones y daremos un ejemplo de cálculo.

- **Gisela Tartaglia** - CMaLP UNLP - CONICET

Topología controlada y conjeturas de isomorfismo en K-teoría

Sean R un anillo, G un grupo, \mathcal{F} una familia de subgrupos y $E_{\mathcal{F}}G$ el GCW -complejo universal con isotropía en \mathcal{F} . La conjetura de isomorfismo identifica, mediante un morfismo de ensamble, la K-teoría del anillo de grupo $\mathbf{K}(RG)$ con una teoría de homología equivariante evaluada en $E_{\mathcal{F}}G$. Una construcción de esta teoría de homología se puede hacer utilizando topología controlada. En este contexto la conjetura afirma que el morfismo de ensamble

$$\partial_{\mathcal{F}_n} : K_{n+1}(\mathcal{D}^G(E_{\mathcal{F}}G)) \rightarrow K_n(RG)$$

es un isomorfismo. Para $\mathcal{F} = \mathcal{V}cyc$ la familia de subgrupos virtualmente cíclicos, la conjetura se conoce como *conjetura de Farrell-Jones* y ha sido probada para una gran clase de grupos.

En este trabajo consideramos los casos en que $G = \langle t \rangle$ es el grupo cíclico infinito y \mathcal{F} es la familia trivial, y $G = D_{\infty}$ es el grupo diedral infinito con la familia de subgrupos finitos. En ambos casos \mathbb{R} es un modelo para $E_{\mathcal{F}}G$ y su métrica nos permite dar una noción de tamaño a los morfismos de RG -módulos. Mostraremos cómo utilizar técnicas de control para analizar la suryectividad del morfismo de ensamble $\partial_{\mathcal{F}_1}$. En el caso en que $G = \langle t \rangle$

el morfismo de ensamble se identifica con el morfismo de Bass-Heller-Swan

$$K_0(R) \oplus K_1(R) \rightarrow K_1(R[t^{-1}, t]),$$

que resulta un isomorfismo para R regular. (Trabajo en conjunto con E. Ellis, E. Rodríguez Cirone y S. Vega)

- **Mario Velásquez** - Universidad de Göttingen.

Proper actions and equivariant K-theory of group extensions.

In this talk we present some decompositions appearing in equivariant K-theory. Let

$$0 \rightarrow A \rightarrow G \rightarrow Q \rightarrow 0$$

be an extension of Lie groups with A compact, let X be proper Q -space, we present a decomposition of the G -equivariant K-theory of X in terms of twisted equivariant K-theories of X respect to certain subgroups of Q . We present some examples of computations using this decomposition. Finally we give some ideas of how to extend this decomposition in the context of C^* -algebras.