Cálculo de formas paramodulares utilizando formas modulares ortogonales de O(5)

Gustavo Rama

Orientado por Gonzalo Tornaría

Desarrollamos un algoritmo para calcular formas modulares ortogonales asociadas a formas cuadráticas quinarias definidas positivas, para ello utilizamos representaciones de O(5) definidas a partir de la norma spin y polinomios esféricos.

Con dicho algoritmo calculamos los espacios de formas modulares ortogonales para formas de discriminante $D < 1000$ libre de cuadrados. Dichos espacios se pueden descomponer como suma de autoespacios comunes a los operadores de Hecke.

Para discriminante primo Ladd mostró que dichos autoespacios de formas modulares ortogonales sin representación corresponden, sujeto a una conjetura de Ibukiyama, a formas paramodulares de nivel primo y peso 3 y signo $+$ en la ecuación funcional de su L-función.

Basados en nuestros cálculos y las fórmulas de Ibukiyama-Kitayama de dimensiones de espacios de formas paramodulares, conjeturamos que se pueden obtener todas las formas paramodulares de modo similar. La parte que faltaba, las formas paramodulares de nivel primo peso 3 y signo $-$, se obtienen mediante una representación unidimensional proveniente de la norma spin.

También conjeturamos que para discriminante D libre de cuadrados se pueden obtener todas las formas paramodulares de nivel D y peso 3. La novedad en el caso libre de cuadrados no primo es la existencia de lifts de tipo Yoshida, y de tipo Gritsenko de signo $+$, provenientes de formas modulares clásicas.

Más generalmente, mediante el cálculo de las dimensiones de espacios de formas modulares ortogonales usando las representaciones de polinomios esféricos y la de la norma spin, conjeturamos que podemos obtener todas las formas paramodulares de peso mayor a 3 y nivel primo.

Encontramos los primeros ejemplos de formas modulares ortogonales de discriminante primo que conjeturamos corresponden a formas paramodulares no lift de Gritsenko de pesos 4, 5 y 6.