

TEORÍA DE INVARIANTES CLÁSICA

DE LA TEORÍA DE REPRESENTACIONES DE LOS GRUPOS DE PERMUTACIONES A LAS FUNCIONES SIMÉTRICAS

1. PRESENTACIÓN

La teoría de invariantes puede verse como una generalización y extensión — de muy largo alcance — de los problemas de “reducción a una forma canónica” o forma normal de objetos del álgebra lineal, o lo que es esencialmente lo mismo, de la geometría proyectiva. Su desarrollo comenzó hace 150 años, teniendo en los últimos cincuenta años un periodo de crecimiento sostenido, debido a la profunda interacción entre la teoría de grupos algebraicos y el álgebra conmutativa en particular, o de la geometría algebraica en general.

La construcción de invariantes es requerida siempre que se intenta clasificar objetos matemáticos de algún tipo, por lo que no es exagerado decir que el estudio de invariantes está presente de un modo u otro en toda la matemática. Actualmente, la teoría algebraica de invariantes es considerada como una subárea de la teoría de grupos algebraicos de transformaciones, siendo identificada con esta teoría en un sentido amplio.

El objetivo de este seminario es presentar uno de los “problemas clásicos” de la teoría de invariantes: es estudio del álgebra de las *funciones simétricas*, es decir, de los polinomios en N variables x_1, \dots, x_n que resultan invariantes cuando permutamos sus variables (por ejemplo, el polinomio $x^2 + y^2 + z^3$ es un polinomio simétrico en 3 variables, mientras que $x^2 + y + z^2$ no lo es).

Más en general, si consideramos un “grupo clásico” actuando linealmente en el álgebra de los polinomios en n variables $\mathbb{k}[x_1, \dots, x_n]$, interesa entender el álgebra de los “polinomios invariantes por la acción de G ”: cuándo es finitamente generada (el 14vo problema de Hilbert), y en caso de serlo dar un conjunto de generadores y sus relaciones.

2. TEMÁTICA ESPECÍFICA Y BIBLIOGRAFÍA

Empezaremos a trabajar estudiando las bases de la teoría de representaciones de grupos finitos, usando el libro *Representation Theory. A first course* de W. Fulton y J. Harris, concentrándonos en el ejemplo del grupo simétrico (Capítulo 1). La teoría de representaciones del grupo simétrico está estrechamente relacionada con la del grupo general lineal $GL_n(\mathbb{k})$, por lo que este caso también será mirado con cierto cuidado.

En una segunda parte, estudiaremos el álgebra de las funciones simétricas viéndola como los invariantes del grupo de permutaciones. En principio, seguiremos notas de un curso de verano CIMPA por G. Schiffmann.

3. MODO DE TRABAJO

Público al que se dirige.

El seminario está dirigido a estudiantes de licenciatura, con conocimientos de álgebra (al menos uno de los dos cursos básicos).

Método de aprobación.

Exposición de en al menos dos ocasiones de algunos de los tópicos del seminario.

4. VALIDEZ

Está en trámite la validación del seminario como seminario de la Licenciatura en Matemática, con un valor de 5 créditos.