

---

# ÁLGEBRA LINEAL NUMÉRICA PARA APRENDIZAJE ESTADÍSTICO

Facultad de Ciencias Económicas y de Administración  
(Primer semestre de 2025)

---



El álgebra lineal es una de las áreas más influyentes de las matemáticas, con un impacto significativo en diversas disciplinas científicas.

Es una herramienta fundamental para campos en auge como el *machine learning* o la *ciencia de datos*. Más allá de su papel como herramienta, el álgebra lineal tiene la cualidad de ofrecer ideas poderosas, novedosas y de fácil comprensión.

En este curso, exploraremos estas características, introduciendo conceptos de álgebra lineal y sus aplicaciones modernas en el aprendizaje estadístico, el aprendizaje automático y la ciencia de datos en general. El curso tendrá una componente importante computacional basada en los lenguajes *Julia*, *Python* o *R*.

## Docentes

Diego Armentano (IESTA-FCEA), Manuel Hernandez (IESTA-FCEA)

## Objetivo del curso

Introducir el uso de conceptos de álgebra lineal en aplicaciones modernas de estadística, aprendizaje automático, y ciencia de datos en general.

## Público objetivo

Estudiantes de las licenciaturas en Estadística, Matemática, Ingeniería y de las maestrías en Ingeniería Matemática, y Ciencias de Datos.

**Conocimientos previos recomendados** Cursos básicos de álgebra lineal, cálculo en una y más variables, y un curso de Probabilidad.

**Contenido sintético**

Introducción y motivaciones; álgebra lineal numérica y factorización de matrices; optimización; aplicaciones en aprendizaje estadístico.

**Programa detallado**

1. Abreboca
  - (a) Introducción al aprendizaje estadístico
  - (b) Motivaciones:
    - i. Redes neuronales y reconocimiento de dígitos
    - ii. Support Vector Machines
    - iii. Estimación de densidades vía series ortogonales
    - iv. Clustering en series temporales
    - v. El problema de Netflix y los sistemas de recomendación
2. Álgebra Lineal en acción
  - (a) Espacio columnas de una matriz
  - (b) Espacios fundamentales
  - (c) Matrices de rango uno, matrices ortogonales y subespacios
  - (d) Valores y vectores propios
  - (e) Matrices definidas positivas
    - i. Test de positividad
    - ii. Modelo Input-output de Leontief
    - iii. Donde el cálculo se encuentra con el álgebra lineal
    - iv. Optimización y machine learning (chau determinantes)
3. Valores (y vectores) singulares SVD
  - (a) Geometría de la SVD
  - (b) Teorema de Eckart-Young
  - (c) Digresión sobre matrices como operadores lineales
    - i. SVD del operador derivada e integral
    - ii. Núcleos reproductores, Karhunen-Loeve, núcleo de Mercer (\*)
    - iii. Clasificación y clustering de datos funcionales y series de tiempo (\*)
    - iv. Descomposición Polar
  - (d) Análisis de Componentes Principales (PCA)
  - (e) Mejor aproximación por matrices de rango bajo

- (a) Cocientes de Rayleigh
    - i. Normalidad asintótica de los componentes principales vistos como M-estimadores
  - (b) Análisis Discriminante Lineal (LDA) Fisher
  - (c) Factorización por matrices no negativas.
    - i. Identificación de tópicos en minería de texto
  - (d) Normas interesantes en aprendizaje estadístico
4. Cálculos en matrices grandes
- (a) Algunos algoritmos conocidos para resolver sistemas lineales
  - (b) Mínimos cuadrados, 4 enfoques
  - (c) Breve introducción al condicionamiento y complejidad
  - (d) Minimizando  $\|x\|$  sujeto a  $Ax = b$ . (\*)
  - (e) Aproximando valores propios y singulares (\*)
  - (f) Álgebra lineal aleatoria
    - i. Productos (aleatorios) de matrices grandes
    - ii. Proyecciones al azar y reducción de dimensión (\*)
    - iii. Fórmula de Crofton (\*)
    - iv. Polinomios aleatorios: valor esperado de número raíces (\*)
    - v. Espectro de matrices aleatorias
5. Low Rank, compressed sensing y completación de matrices
- (a) Comportamiento de rango y espectro bajo perturbaciones de rango chico (\*)
  - (b) Mínimos cuadrados dinámico
  - (c) Filtro de Kalman: GPS
  - (d) Teoría de perturbación (\*)
    - i. Condicionamiento de valores propios y singulares
  - (e) Decaimiento de valores singulares
  - (f) Compressed sensing
  - (g) El problema de Netflix y los sistemas de recomendación
    - i. Estimación de entradas faltantes en una matriz de rango bajo
6. Tópicos especiales
- (a) Transformada de Fourier: discreta y continua
  - (b) Grafos y Laplacianos
    - i. Índice de Moran para autocorrelación espacial y generalizaciones (\*)

- ii. Detección de un subgrafo completo implantado en una red (\*)
    - iii. Clustering espectral
  - (c) La maldición de la dimensión (\*)
7. Optimización
- (a) Introducción a la optimización
    - i. Programación Lineal
    - ii. Optimización convexa
    - iii. Optimización no-lineal
    - iv. Método de Newton
    - v. Multiplicadores de Lagrange (\*)
  - (b) Descenso por gradiente
  - (c) Programación lineal y juegos de dos personas (\*)
  - (d) Descenso por gradiente estocástico
8. Aplicaciones en Aprendizaje Estadístico
- (a) Introducción a las redes neuronales
    - i. Estructura de redes neuronales y aprendizaje profundo
    - ii. Redes neuronales convolucionales
    - iii. Una pincelada sobre humanos vs IA: Alphago y AlphaZero
    - iv. Backpropagation y regla de la cadena
    - v. Hyperparameters
  - (b) Support Vector Machine
  - (c) Matrices aleatorias: simulación de puntos uniformes en esferas, simulación de matrices ortogonales (\*)
  - (d) Matrix completion e inferencia causal (\*)
  - (e) Problema de Procrustes ortogonal (\*)

### **Bibliografía**

- Linear Algebra and Learning from Data (Gilbert, Strang), 2019.
- Linear Algebra for Data Science, Machine Learning, and Signal Processing (Fessler, Rao Nadakuditi)
- Learning from Data (Mostafa, Magdon-Ismael, Lin)
- Generalized Principal Component Analysis (Vidal, Ma, Sastry)
- The Little Book of Deep Learning (Fleuret)
- Mathematics of Data Science (Bandeira, Singer, Strohmer)