



FORMULARIO 2024
Seminario de Posgrado

1. Título: Dinámica de billares triangulares

2. Profesor: Alfonso Artigue

3. Responsable:

(en caso de no ser el Profesor un investigador del PEDECIBA)

4. Marque la disciplina más cercana al curso:

- Álgebra
 - Análisis
 - Estadística
 - Fundamentos
 - Geometría
 - Matemática Aplicada
 - Probabilidad
 - Sistemas Dinámicos
 - Otros: (especificar)
-

5. Fechas de inicio y finalización: del 18/3/2024 al 22/6/2024

6. Horas de reunión semanal: 2 horas

7. Conocimientos previos recomendados: topología general, medida y conocimientos básicos de sistemas dinámicos.

8. Método de aprobación del seminario: una exposición por estudiante

(cantidad de exposiciones por estudiante)



9. Programa del Seminario: En el seminario estudiaremos la dinámica del billar triangular. En un triángulo (*mesa de billar*) en el plano consideramos una *bola de billar* puntual que se mueve con velocidad constante y al chocar con los bordes de la mesa el ángulo de salida coincide con el de entrada (*choque elástico*). Un problema abierto importante en este sistema es determinar si en todo triángulo existe o no al menos una órbita periódica. Este problema, elemental en su enunciado, es profundo y ha dado lugar a diversos resultados parciales aplicando diferentes técnicas. Nos proponemos desarrollar los siguientes aspectos:

- Introducción y soluciones elementales.
- Existencia de soluciones en triángulos cuyos ángulos son múltiplos racionales de π .
- Teorema de GKT: si una órbita se mantiene todo el tiempo lejos de los vértices entonces es periódica (en cualquier triángulo).
- Equivalencia GM: la dinámica del billar triangular es equivalente a la de 3 masas en un círculo (con choques elásticos entre las masas). En el caso obtuso una de las masas debe tener signo negativo.
- Conjetura de Ruijgrok: en todo triángulo hay al menos una solución con dos choques perpendiculares a los lados del triángulo.
- Teorema de Schwarz: existencia de soluciones en triángulos obtusos de hasta 100 grados.
- Resultados particulares en triángulos especiales: equiláteros y rectángulos.

10. Bibliografía:

(si el nombre contiene siglas deberán ser aclaradas)

- A. M. Baxter y R. Umble, *Periodic orbits of billiards on an equilateral triangle*, Amer. Math. Mon., vol. 115, 2008, 479–491.
- G. Galperin, T. Kruger y S. Troubetzkoy, *Local instability of orbits in polygonal and polyhedral billiards*, Comm. Math. Phys., vol. 169, 1995, 463–473
- S. L. Glashow y L. Mittag, *Three rods on a ring and the triangular billiard*, J. Stat. Phys., vol. 87, 1997, 937–941.
- W. P. Hooper, *Periodic billiard paths in right triangles are unstable*, Geometriae Dedicata, vol. 125, 2007, 39–46.
- T. W. Ruijgrok, *Periodic orbits in triangular billiards*, Acta physica Polonica, vol. 22, 1991, 955–981.
- R. E. Schwartz, ((Obtuse triangular billiards ii: 100 degrees worth of periodic trajectories)), Journal of Experimental Math., vol. 18, 2008, 137–171.
- A. Artigue, Órbitas periódicas en billares triangulares, enlace:
https://miscelaneamatematica.org/download/tbl_articulos.pdf2.9dce7f8334f2f218.353930322e706466.pdf